



Übungen zu §13

Übung 13.1

Gegeben sind die drei nicht kollinearen Punkte $A = (-4; 3; -7)$, $B = (4; -1; 5)$ und $C = (2; 3; 5)$.

- (a) Zeige, dass $P = (6; 0; 10)$ in der Ebene ABC liegt, und untersuche, ob P im Innern des Dreiecks $\langle ABC \rangle$ liegt.
- (b) Gib die baryzentrische Gleichung der Ebene ABC und die baryzentrischen Koordinaten von P an.

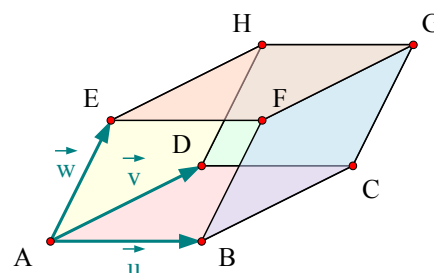
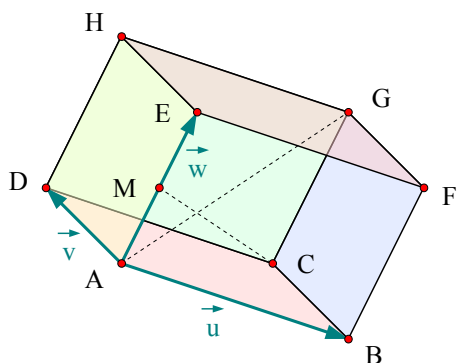
Übung 13.2

Gegeben sind die vier Punkte $A = (6; 5; -8)$, $B = (4; 1; 0)$, $C = (-3; 8; 1)$ und $D = (-9; 17; -2)$.

- (a) Zeige, dass die vier Punkte A, B, C und D komplanar sind.
- (b) Zeige, dass $P = (-2; 10; -3)$ ein Punkt der Ebene ist, in der die vier Punkte A, B, C und D liegen.
- (c) Gib die baryzentrischen Gleichungen der Ebenen ABC, ACD, ABD sowie BCD an und ermittle die baryzentrischen Koordinaten von P in diesen Ebenen.
- (d) Entscheide, ob P ein innerer Punkt des Vierecks $\langle ABCD \rangle$ ist.

Übung 13.3

Zeige unter Verwendung der Bezeichnungen in der rechts abgebildeten Figur, dass in jedem Spat die vier Raumdiagonalen einen gemeinsamen Mittelpunkt haben. Die Punkte A, B, D und E seien nicht komplanar.



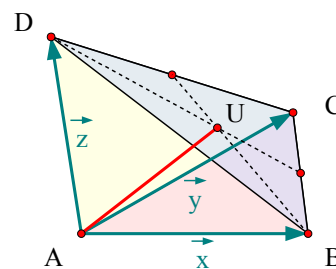
Übung 13.4

Sei M in dem links abgebildeten Spat der Mittelpunkt der Kante AE . Berechne, in welchen Verhältnissen sich die Raumdiagonale AG und die Transversale MC teilen. Die Punkte A, B, D und E seien nicht komplanar.

Übung 13.5

Gegeben sei ein Tetraeder durch vier nicht komplanare Punkte A, B, C, D . Die Schnittpunkte der Seitenhalbierenden („Schwerpunkte“) der vier Dreiecke $\langle ABC \rangle, \langle ABD \rangle, \langle BCD \rangle$ und $\langle ACD \rangle$ seien in gleicher Reihenfolge mit S, T, U und V bezeichnet. [Tipp: Verwende das Ergebnis der Übung 8.8]

- (a) Zeige, dass sich die vier Verbindungslinien von den Dreiecksschwerpunkten zur jeweils gegenüberliegende Spitze, das heißt, die Strecken $\overline{SD}, \overline{TC}, \overline{UA}$ und \overline{VB} in genau einem Punkt M schneiden.
- (b) Bestimme das Verhältnis, in dem M die vier Strecken teilt.
- (c) Gib die Koordinaten von M in Abhängigkeit von A, B, C und D an.
- (d) Berechne die Koordinaten des Punktes M unter der Voraussetzung, dass $A = (-3; 5; 11)$, $B = (1; 0; -1)$, $C = (5; 2; -5)$ und $D = (1; 1; -1)$ gilt.



Übung 13.6

Gegeben sei ein Dreieck mit den nicht kollinearen Eckpunkten A, B und C und ein Punkt $P \in ABC$. Beweise:

Erfüllen die Parameterwerte $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ in der Darstellung $\vec{P} = \vec{A} + \lambda \vec{AB} + \mu \vec{AC}$ die Bedingungen (1), (2), (3) der Definition (13.2), so erfüllen auch die Parameterwerte $\rho, \sigma \in \mathbb{R}$ in der Darstellung $\vec{P} = \vec{B} + \rho \vec{BC} + \sigma \vec{BA}$ [oder in der Darstellung $\vec{P} = \vec{C} + \rho \vec{CB} + \sigma \vec{CA}$] diese Bedingungen.

Übung 13.7

Zeige, dass die Eckpunkte eines Dreiecks $\langle ABC \rangle$ genau dann nicht kollinear sind, wenn sein Inneres nicht leer ist.