# Übungen zu §12

Übung 12.1

Gegeben sind die Punkte A = (8; 0; –7), B = (3; 6; –4) und C = (–5; 3; 6).

(a) Zeige, dass der Punkt P = (3; –21; 2) nicht zur Ebene ABC gehört.

(b) Gib eine Gleichung der Ebene f an, die parallel zu ABC durch P verläuft.

Übung 12.2

Untersuche, welche Lage die beiden Ebenen e und f zueinander einnehmen. Bestimme gegebenenfalls die Gleichung der Schnittgeraden g.

(a) $e: \vec{X} = \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\quad f: \vec{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} 13 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix}$

(b) $e: \vec{X} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\quad f: \vec{X} = \begin{pmatrix} -21 \\ -8 \\ 8 \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} -14 \\ -4 \\ 7 \end{pmatrix}$

(c) $e: \vec{X} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\quad f: \vec{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ -25 \\ -14 \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} 7 \\ -21 \\ -9 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 19 \\ 7 \\ -13 \end{pmatrix}$

(d) $e: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad f: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Übung 12.3

Zeige, dass sich die beiden Ebenen $e: \vec{X} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $f: \vec{X} = \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ 6 \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} -15 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ in einer Geraden g schneiden und prüfe, ob der Punkt $T = (4; 1; -10)$ auf dieser Geraden liegt.

Übung 12.4

Gegeben sei die Ebene $f: \vec{X} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$.

(a) Zeige, dass die Gleichung $\vec{X} = \begin{pmatrix} t \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} -3t \\ -5 \\ -3t \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 6 \\ -2t \\ -9 \end{pmatrix}$ für jeden Wert $t \in \mathbb{R}$ eine Ebene $e_t$ beschreibt.

(b) Untersuche, ob es Werte für den Scharparameter t gibt, für die Ebene $e_t$ parallel zur Ebene f liegt.

(c) Zeige, dass sich die Ebenen f und $e_0$ (Parameterwert t = 0) in einer Geraden g schneiden und bestimme deren Gleichung.

Übung 12.5

(a) Begründe, warum durch die Gleichung $\vec{X} = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ -1 \end{pmatrix}$ für jeden Wert $t \in \mathbb{R}$ eine Ebene $e_t$ beschrieben wird.

(b) Zeige, dass für $s, t \in \mathbb{R}$ mit $s \neq t$ die Ebenen $e_s$ und $e_t$ weder parallel noch identisch sind.

(c) Zeige, dass sich alle Ebenen $e_t$ mit $t \in \mathbb{R}$ in einer gemeinsamen Geraden g schneiden und bestimme deren Gleichung.