Übungen zu §5

Übung 5.1

Gegeben sind die Punkte A = (–2; 2; 2) und B = (0; 2; –2).

(a) Stelle die Gerade AB in einem kartesischen Koordinatensystem dar.

(b) Ermittle die Gleichung von AB.

(c) Bestimme rechnerisch unter Verwendung der Parameter 0,5 ; 1,5 ; 2 ; –0,5 ; –1 fünf weitere Punkte P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 der Geraden AB.

(d) Untersuche zeichnerisch, ob die Punkte P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 tatsächlich auf der Geraden AB liegen.

Übung 5.2

Stelle die folgenden vier Geradenpaare in je einem Koordinatensystem dar.

(a) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\quad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

(b) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\quad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

(c) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\quad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$

(d) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\quad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

Übung 5.3

Prüfe jeweils, ob die Gerade g die Punkte A, B oder C enthält.

(a) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\quad$ A = (–2; 3; 9), B = (13; 3; –16), C = (1; 2; 4)

(b) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ $\quad$ A = (5; –9; 9), B = (0; 6; –17), C = (3; –3; 1)

Übung 5.4

Prüfe jeweils, ob die Punkte C, D, E auf der Strecke zwischen A und B liegen.

(a)	A = (2; 0; 8)	B = (11; 6; –7)	C = (5; 2; 3)	D = (–4; –4; 18)	E = (8; 4; –1)
(b)	A = (–5; 3; 1)	B = (–1; 11; –3)	C = (–9; –5; 5)	D = (–2; 9; –2)	E = (3; 0; 1)

Übung 5.5

Gegeben sind die Geraden $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $h: \vec{X} = \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(a) Bestimme für λ = –1, 0, 1, 2, 3 die zugehörigen Punkte P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 von g. Zeige, dass diese auch Punkte von h sind.

(b) Stelle die korrespondierenden Parameter λ und μ aus Teilaufgabe (a) in einer Tabelle zusammen.

(c) Beschreibe denZusammenhang, der zwischen den Parametern λ und μ für einen beliebigen gemeinsamen Punkt X von g und h besteht.

Übung 5.6

Prüfe jeweils, ob die gegebenen Geraden g und h identisch sind.

(a) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \\ 10 \end{pmatrix}$ $\qquad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 11 \\ 5 \\ -22 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$

(b) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -7 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 21 \\ -7 \\ 14 \end{pmatrix}$ $\qquad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -15 \\ 5 \\ -10 \end{pmatrix}$

(c) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\qquad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix}$

Übung 5.7

Kann die Zahl $t \in \mathbb{R}$ so gewählt werden, dass die Geraden g und h identisch sind?

(a) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ t \\ -9 \end{pmatrix}$ $\qquad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \\ 12 \end{pmatrix}$

(b) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} t \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ $\qquad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} -3 \\ t \\ 18 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 8 \\ t \\ -12 \end{pmatrix}$

(c) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -t \\ t^2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\qquad h: \vec{X} = \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ 1t \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \\ -3 \end{pmatrix}$