

Übung 3.1

$$(a) \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ -8 \end{pmatrix} \quad \vec{v} + \vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} - \vec{w} = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 14 \end{pmatrix} \quad \vec{w} - \vec{v} = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ -14 \end{pmatrix}$$

$$(b) \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} -11 \\ 6 \\ -7 \end{pmatrix} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ -13 \end{pmatrix} \quad \vec{v} + \vec{w} = \begin{pmatrix} -16 \\ 6 \\ -20 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} - \vec{w} = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \vec{w} - \vec{v} = \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Übung 3.2

$$(a) \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \\ -10 \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 12 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} + \vec{v} - \vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} - (\vec{v} - \vec{w}) = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \\ -10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ -14 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 22 \\ -18 \end{pmatrix}$$

$$\vec{w} - \vec{v} + \vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 14 \\ -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 22 \\ -18 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} - (\vec{w} - \vec{u}) = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Übung 3.3

$$(a) \begin{pmatrix} -12 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \vec{x} - \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -7 \\ -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -12 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \vec{x} = \begin{pmatrix} 22 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 34 \\ -10 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} - \left[\begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} - \vec{x} \right] = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ -9 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} - \vec{x}$$

$$\Leftrightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -12 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Übung 3.4

(a) Aus $\vec{AB} = \vec{DC} = \vec{EF} = \vec{HG}$ folgt mit Bemerkung (2.4)

$$\vec{AE} = \vec{BF} = \vec{CG} = \vec{DH} \quad \text{ sowie } \vec{AD} = \vec{BC} = \vec{EH} = \vec{FG}$$

$$\vec{a} = \vec{FE}; \quad \vec{b} = \vec{GF}; \quad \vec{c} = \vec{BF}$$

$$\vec{DC} = \vec{EF} = -\vec{a}$$

$$\vec{DA} = \vec{GF} = \vec{b}$$

$$\vec{FC} = \vec{FB} + \vec{BC} = -\vec{c} - \vec{b}$$

$$\vec{AH} = \vec{AD} + \vec{DH} = -\vec{b} + \vec{c}$$

$$\vec{HC} = \vec{HD} + \vec{DC} = -\vec{c} - \vec{a}$$

$$\vec{AF} = \vec{AB} + \vec{BF} = -\vec{a} + \vec{c}$$

$$\vec{EG} = \vec{EF} + \vec{FG} = -\vec{a} - \vec{b}$$

$$\vec{DB} = \vec{DA} + \vec{AB} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$\vec{HD} = -\vec{c}$$

$$\vec{GA} = \vec{GF} + \vec{FE} + \vec{EA} = \vec{b} + \vec{a} - \vec{c}$$

$$\vec{EC} = \vec{EF} + \vec{FG} + \vec{GC} = -\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$$

$$(b) D := (7; -2; -8) \quad E := (-3; 5; 9) \quad F := (6; 8; -5) \quad G := (8; 9; -10)$$

In der Deckseite EFGH fehlt nur H.

$$\vec{H} = \vec{G} + \vec{GH} = \vec{G} + \vec{FE} = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 \\ -3 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}; \quad H = (-1; 6; 4)$$

$$\vec{A} = \vec{D} + \vec{DA} = \vec{D} + \vec{GF} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}; \quad A = (5; -3; -3)$$

$$\vec{C} = \vec{D} + \vec{DC} = \vec{D} + \vec{EF} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ -14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 1 \\ -22 \end{pmatrix}; \quad C = (16; 1; -22)$$

$$\vec{B} = \vec{C} + \vec{CB} = \vec{C} + \vec{GF} = \begin{pmatrix} 16 \\ 1 \\ -22 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 0 \\ -17 \end{pmatrix}; \quad B = (14; 0; -17)$$

Übung 3.5

$$(a) \vec{AB} = \vec{DC}; \quad \vec{AT} = \vec{SC}; \quad \vec{BT} = \vec{SD}$$

Mit Bemerkung (2.4) folgt: $\vec{AD} = \vec{BC}; \quad \vec{AS} = \vec{TC}; \quad \vec{BS} = \vec{TD}$

$$\vec{a} = \vec{SA}; \quad \vec{b} = \vec{SB}; \quad \vec{c} = \vec{SC}$$

$$\vec{CD} = \vec{CS} + \vec{SD} = -\vec{SC} + \vec{SD} = \dots \quad (?)$$

$$= \vec{BA} = \vec{BS} + \vec{SA} = -\vec{b} + \vec{a}$$

$$\vec{AC} = \vec{AS} + \vec{SC} = -\vec{a} + \vec{c}$$

$$\vec{SD} = \vec{SC} + \vec{CD} = \vec{c} - \vec{b} + \vec{a}$$

$$\vec{TB} = \vec{DS} = -\vec{SD} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$$

$$\vec{TD} = \vec{BS} = -\vec{SB} = -\vec{b}$$

$$\vec{TS} = \vec{SA} + \vec{AT} = \vec{SA} + \vec{SC} = \vec{a} + \vec{c}$$

$$(b) \quad \vec{B} := (-3; -4; 2) \quad \vec{a} := \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \vec{b} := \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{c} := \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\vec{s} = \vec{B} + \vec{BS} = \vec{B} - \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad S = (-1; 0; -1)$$

$$\vec{A} = \vec{s} + \vec{SA} = \vec{s} + \vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ -5 \end{pmatrix} \quad A = (-2; -6; -5)$$

$$\vec{C} = \vec{s} + \vec{SC} = \vec{s} + \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} \quad C = (3; -5; 6)$$

$$\vec{D} = \vec{C} + \vec{CD} = \vec{C} + \vec{BA} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -11 \\ 2 \end{pmatrix} \quad D = (1; -11; 2)$$

$$\vec{T} = \vec{A} + \vec{AT} = \vec{A} + \vec{SC} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -11 \\ 2 \end{pmatrix} \quad T = (2; -11; 2)$$