Übungen zu §2

Übung 2.1

Zeichne in je ein kartesisches Koordinatensystem jeweils zwei Pfeile, die die zum Vektor gehörige Verschiebung charakterisieren:

(a) $\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$

Hinweis zu Übung 2.1:

Um den räumlichen Charakter der Darstellung eines Pfeils hervorzuheben, sollte, wie zu Übung 1.4 beschrieben, der jeweils gewählte Anfangspunkt des Pfeils über einen Kantenweg vom Ursprung aus konstruiert werden. Am Anfangspunkt des Pfeils beginnt nun ein neuer Kantenweg zum Endpunkt des Pfeils. Zuletzt wird der Pfeil als Verbindungslinie zwischen Anfangs- und Zielpunkt eingezeichnet.

Übung 2.2

Stelle das Viereck ABCD im kartesischen Koordinatensystem dar und prüfe, ob $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ gilt:

(a) A = (3; –1; 0) B = (2; 1; –4) C = (–4; 4; 3) D = (–5; 6; –1)

(b) A = (–6; –3; 0) B = (–1; –1; 4) C = (0; 2; –2) D = (–5; 0; –6)

Übung 2.3

Gegeben sind drei Punkte A, B und C.

- Gib zu den Punkten A und B den zugehörigen Vektor $\overrightarrow{AB}$ an.
- Bestimme dann den Punkt D so, dass $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ gilt.
- Rechne nach, dass dann auch $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ richtig ist.

(a) A = (4; 2; –1) B = (5; –1; –3) C = (–3; –3; 6)

(b) A = (3; –6; 4) B = (–3; 2; 3) C = (2; 0; –5)

Übung 2.4

Gegeben sei der Punkt A = (–4; 1; –5) und der Vektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(a) Zeichne A (mit Hilfe eines Kantenweges in ein Koordinatensystem).

(b) Ermittle zeichnerisch und rechnerisch den Bildpunkt B von A unter der zu $\vec{x}$ gehörenden Verschiebung.

(c) Ermittle zeichnerisch und rechnerisch den Bildpunkt C von B unter der zu $\vec{x}$ gehörenden Verschiebung.

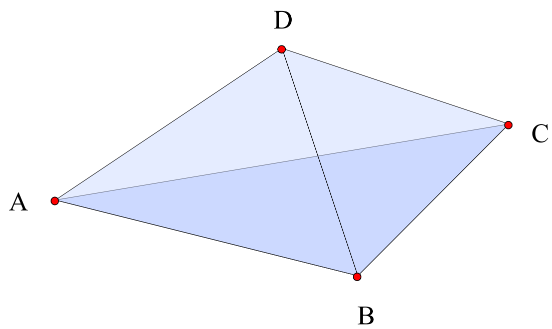
(d) Ermittle zeichnerisch und rechnerisch den Bildpunkt D von C unter der zu $\vec{x}$ gehörenden Verschiebung.

(e) Gib die Vektoren $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ und $\overrightarrow{AD}$ an und vergleiche mit $\vec{x}$.

Hinweis zu den Übungen 2.5 und 2.6

Im Anschauungsraum definieren vier Punkte A, B, C, D eine dreiseitige Pyramide. Ein solcher Körper heißt *Vierflach* (*Tetraeder*).

Die Einführung von Körpern im Modellraum erfolgt erst im Paragraphen §13.



Übung 2.5

Gegeben sind die Punkte A = (–3; –1; 4), B = (1; –5; 6), C = (5; 1; –2), D = (2; 5; 0).

(a) Stelle das Vierflach ABCD im Koordinatensystem dar.

[Die folgenden drei Teilaufgaben sind nur rechnerisch durchzuführen.]

(b) Gib die Koordinaten der Vektoren $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ und $\overrightarrow{DA}$ an.

(c) Jeder der Vektoren aus (b) definiert eine eigene Verschiebung, mit der das Vierflach abgebildet werden kann. Berechne jeweils die Koordinaten der Eckpunkte der Bildkörper.

(d) Bilde den Punkt P = (3; –3; –1) mit der durch $\overrightarrow{AB}$ definierten Verschiebung ab; bilde den gewonnenen Bildpunkt Q vermöge der zu $\overrightarrow{BC}$ gehörenden Verschiebung weiter ab. Setze das Verfahren fort, bis alle Vektoren aus (b) berücksichtigt worden sind.

Übung 2.6

(a) Zeichne in ein Koordinatensystem das Vierflach mit den Eckpunkten

A = (4; 3; 2), B = (1; –2; –3), C = (8; 1; 5), D = (7; 2; 0).

Berechne die Koordinaten der Punkte X, Y, Z, deren Ortsvektoren mit den Vektoren $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, beziehungsweise $\overrightarrow{DC}$ übereinstimmen.

Trage die Punkte X, Y und Z in die Zeichnung ein und zeichne das Vierflach, das sie mit dem Ursprung bilden.

(b) Zeichne wiederum in ein Koordinatensystem das Vierflach mit den Eckpunkten

A = (4; 3; 2), B = (1; –2; –3), C = (8; 1; 5), D = (7; 2; 0).

Sei S := (5; –3; 2). Ermittle die Koordinaten der Punkte K, L, M, N, für die

$\overrightarrow{SK} = \vec{A}$, $\overrightarrow{SL} = \vec{B}$, $\overrightarrow{SM} = \vec{C}$ und $\overrightarrow{SN} = \vec{D}$ gilt.

Trage die Punkte K, L, M und N ebenfalls in die Zeichnung ein und zeichne das Vierflach KLMN.